

# KONKURS MATEMATYCZNY „ZADANIA MIESIĄCA”

## LISTOPAD

### Klasy 2 LOTS

**Zadanie 1.** W pewnej liczbie trzycyfrowej  $x$  skreślono cyfrę setek i otrzymano dwucyfrową liczbą  $k$ . Gdy w liczbie  $x$  skreślono cyfrę dziesiątek, otrzymano liczbę dwucyfrową  $l$ , a po skreśleniu w liczbie  $x$  cyfry jedności powstała dwucyfrowa liczba  $m$ . Okazało się, że suma  $k+l+m$  jest trzykrotnie mniejsza od liczby  $x$ . Znajdź liczbę  $x$ .

**Zadanie 2.** Aby rozwiązać równanie  $\left[ \frac{5x+6}{4} \right] = \frac{3x-1}{2}$ , gdzie  $[a]$  oznacza największą liczbę całkowitą nie przekraczającą liczby  $a$  postępujemy: Po zastosowaniu nierówności  $a-1 < [a] \leq a$  otrzymujemy:

$$\frac{5x+6}{4} - 1 < \frac{3x-1}{2} \leq \frac{5x+6}{4}. \text{ Stąd } * \quad 4 < x \leq 8. \text{ Ale liczba } \frac{3x-1}{2} \text{ musi być}$$

całkowita, zatem musi mieć postać  $\frac{3x-1}{2} = k$ , gdzie  $k \in \mathbb{C}$ . Uwzględniając

nierówność  $*$  otrzymujemy  $4 < \frac{2k+1}{3} \leq 8$ . Stąd  $k \in \{6, 7, 8, 9, 10, 11\}$ . W takim

razie  $x \in \left\{ \frac{13}{3}, 5, \frac{17}{3}, \frac{19}{3}, 7, \frac{23}{3} \right\}$ . Postępując podobnie rozwiąż równanie:

$$\left[ \frac{12x-5}{7} \right] = \frac{7x-6}{4}.$$

**Zadanie 3.** Punkty  $A=(2, 7)$  i  $C(8, 15)$  są przeciwległymi wierzchołkami rombu o polu równym 25. Wyznacz współrzędne pozostałych wierzchołków.

**Zadanie 4.**

Oblicz wartość wyrażenia  $x^3 + \frac{1}{x^3}$ , mając dane  $x^2 + \frac{1}{x^2} = 14$ .